Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт горного дела и строительства

Кафедра: «Строительство, строительные материалы и конструкции»

ТулГУ
1930

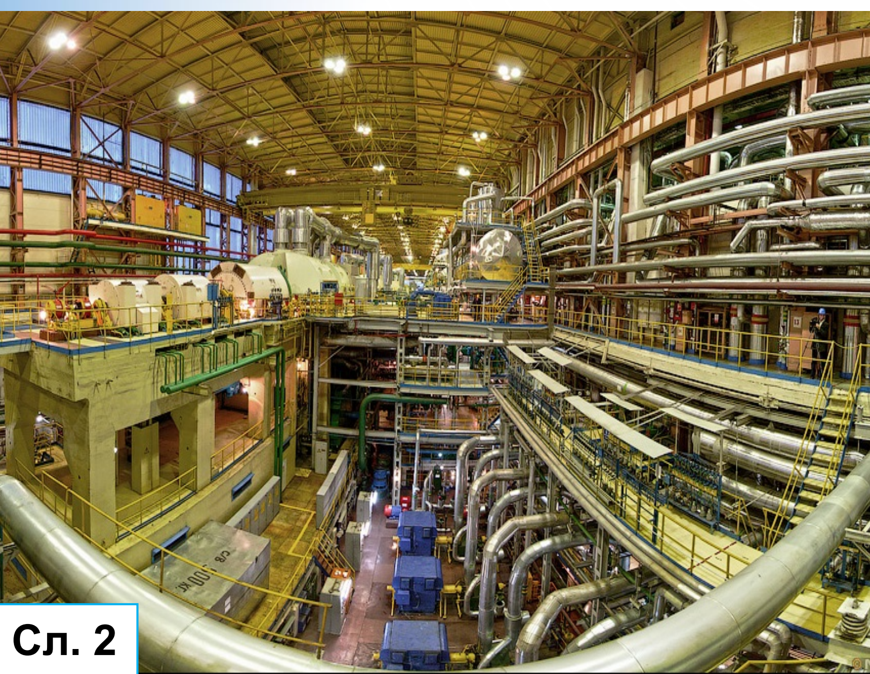
Кузнецова Виолетта Олеговна

«РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ И ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА»

Разработал: к.т.н., асс. каф. ССМиК Кузнецова В.О.

АКТУАЛЬНОСТЬ

Пологие сферические и цилиндрические оболочки как элементы днищ и стенок резервуаров для хранения водородного топлива, трубопроводы АЭС, являются довольно распространенными элементами конструкций, работающими в контакте с агрессивными водородосодержащими средами.



Сл. 2

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель научного исследования

Построение методики, описывающей НДС и предельное состояние сферических и цилиндрических оболочек, находящихся в процессе силового нагружения, с учетом воздействия агрессивной водородосодержащей среды при больших прогибах.

Задачи:

1. Разработка математических моделей;
2. Разработка расчетных моделей в условиях воздействия агрессивной среды;
3. Построение полной системы разрешающих уравнений;
4. Разработка и реализация алгоритма решения задач;
5. Проведение ряда вычислительных экспериментов по решению модельных задач о деформировании оболочечных конструкционных элементов из титановых сплавов.

Научная новизна:

1. Впервые представленная модель деформирования оболочек из нелинейных материалов, проявляющих чувствительность к виду напряженного состояния, под воздействием агрессивной среды и с учетом больших прогибов;
2. Новый алгоритм расчета напряженно-деформированного и предельного состояния нелинейно деформируемых конструкций с учетом наведенной разносопротивляемости под действием агрессивной эксплуатационной среды;
3. Результаты численных расчетов решения модельных задач, демонстрирующие новые количественные и качественные оценки влияния агрессивной эксплуатационной среды и механической нагрузки на напряженно-деформированное и предельное состояние оболочек вращения.

РАЗДЕЛ I

ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ О ВЛИЯНИИ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

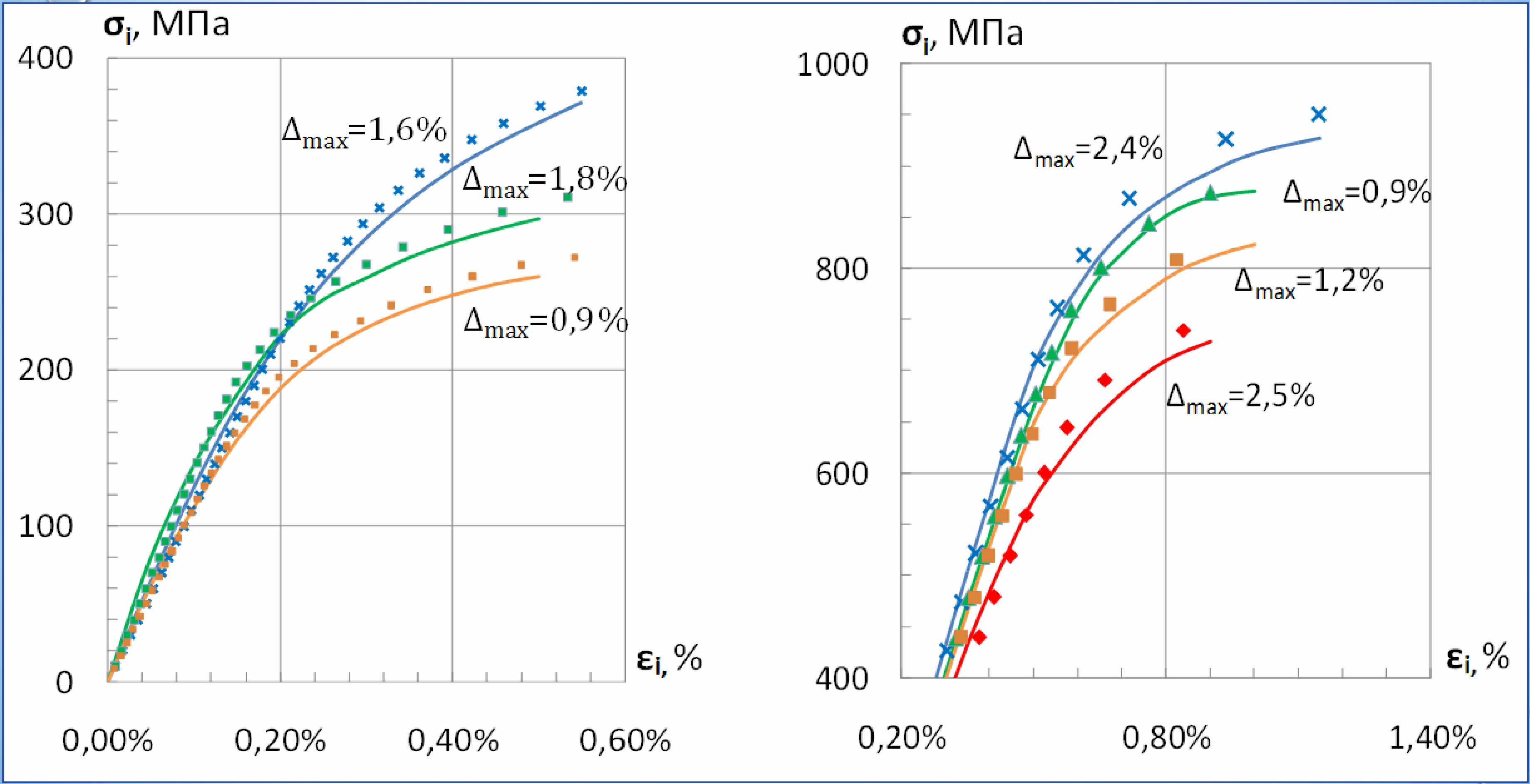


Рис. 1. – Диаграммы одноосного растяжения сплавов ВТ1-0 (слева) и ТС5 (справа) при различном содержании водорода:
— λ = 0,00 %; — λ = 0,01 %; — λ = 0,03 %; — λ = 0,05 %

РАЗДЕЛ II

ПОТЕНЦИАЛ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО К ВИДУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Вектор полного напряжения на октаэдрической площадке S_0:

$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \qquad \textbf{(1)}$$

$\sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3$ **– среднее или нормальное октаэдрическое напряжение;**

$\tau = (S_{ij}S_{ij}/3)^{1/2}$ **– касательное октаэдрическое напряжение;**

δ_{ij} **– символ Кронекера.**

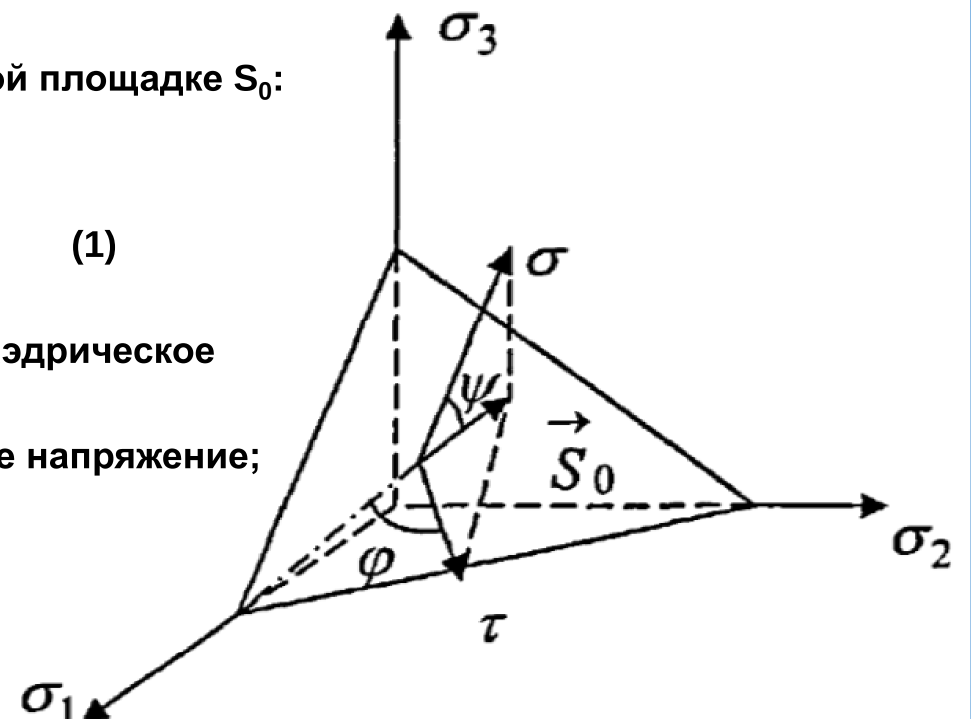


Рис. 2. – Нормированное пространство, связанное с октаэдрической площадкой

$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma, \ (i, \ j = 1, \ 2, \ 3)$ **– девиатор тензора напряжений;**

$\xi = \cos\psi = \sigma / S_0;$

$\eta = \sin\psi = \tau / S_0;$

– нормированные октаэдрические напряжения;

$\xi^2 + \eta^2 = 1$

$\cos 3\varphi = \sqrt{2}\det(S_{ij})/\tau^3;$

ПОТЕНЦИАЛ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО К ВИДУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

$$W = (A_e(\lambda) + B_e(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_e(\lambda) + D_e(\lambda)\xi + E_e(\lambda)\eta \operatorname{Cos} 3\varphi)\tau^2 + \\ + [(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_p(\lambda) + D_p(\lambda)\xi + E_p(\lambda)\eta \operatorname{Cos} 3\varphi)\tau^2]^n, \tag{2}$$

где $A_e(\lambda) = 3[A_1(\lambda) + C_1(\lambda)]$; $C_e(\lambda) = 3[A_1(\lambda) - C_1(\lambda)/2]$;

$B_e(\lambda) = \sqrt{3}[B_1(\lambda) + 2D_1(\lambda)]$; $D_e(\lambda) = \sqrt{27}B_1(\lambda)$;

$E_e(\lambda) = \sqrt{1{,}5}[B_1(\lambda) - D_1(\lambda)]$; $A_p(\lambda) = 3[A_2(\lambda) + C_2(\lambda)]$;

$C_p(\lambda) = 3[A_2(\lambda) - C_2(\lambda)/2]$; $B_p(\lambda) = 3[B_2(\lambda) + 2D_2(\lambda)]$;

$D_p(\lambda) = \sqrt{27}B_2(\lambda)$; $E_p(\lambda) = \sqrt{1{,}5}[B_2(\lambda) - D_2(\lambda)]$.

ПОТЕНЦИАЛ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО К ВИДУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Зависимости между компонентами тензоров напряжений и деформаций могут быть установлены согласно формулам Кастильяно:

$$\boxed{e_{kk} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{kk}};\ 2\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \tau_{ij}},\ (i, j, k = 1,2,3,\ i \neq j)} \quad (3)$$

$$\boxed{e_{ij} = 2C_e(\lambda)\sigma_{kk}/3 + 2\left(A_e(\lambda) - C_e(\lambda)\right)\sigma\delta_{ij}/3 + T_{ij}(\lambda)} \quad (4)$$

Материальные функции при фиксированной степени насыщения материала вычисляются следующим образом:

$$A_1(\lambda) = [P_1^+(\lambda) - P_1^-(\lambda)]/4 \qquad B_1(\lambda) = [P_1^+(\lambda) + P_1^-(\lambda)]/4$$

$$C_1(\lambda) = [P_2^+(\lambda) - P_2^-(\lambda)]/2 \qquad D_1(\lambda) = [P_2^+(\lambda) + P_2^-(\lambda)]/2$$

$$A_2(\lambda) = \{[T_1^+(\lambda)/2n]^{1/n} + [-T_1^-(\lambda)/2n]^{1/n}\}/2 \quad (5)$$

$$B_2(\lambda) = \{[T_1^+(\lambda)/2n]^{1/n} - [-T_1^-(\lambda)/2n]^{1/n}\}/2$$

$$C_2(\lambda) = \{[T_2^+(\lambda)/[T_1^+(\lambda)/2n]^{(n-1)/n} - T_2^-(\lambda)/[-T_1^-(\lambda)/2n]^{(n-1)/n}\}/2n$$

$$D_2(\lambda) = \{[T_2^+(\lambda)/[T_1^+(\lambda)/2n]^{(n-1)/n} + T_2^-(\lambda)/[-T_1^-(\lambda)/2n]^{(n-1)/n}\}/2n$$

ПОТЕНЦИАЛ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА, ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО К ВИДУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Функции, описывающие механические свойства сплавов, определены следующим образом:

для сплава ВТ1-0:

$$\boxed{V_{ek}(\lambda) = e_{0k} + e_{1k} \cdot \lambda + e_{2k} \cdot \lambda^2; \quad V_{pk}(\lambda) = p_{0k} + p_{1k} \cdot (p_{2k})^{\lambda};} \qquad \textbf{(6)}$$

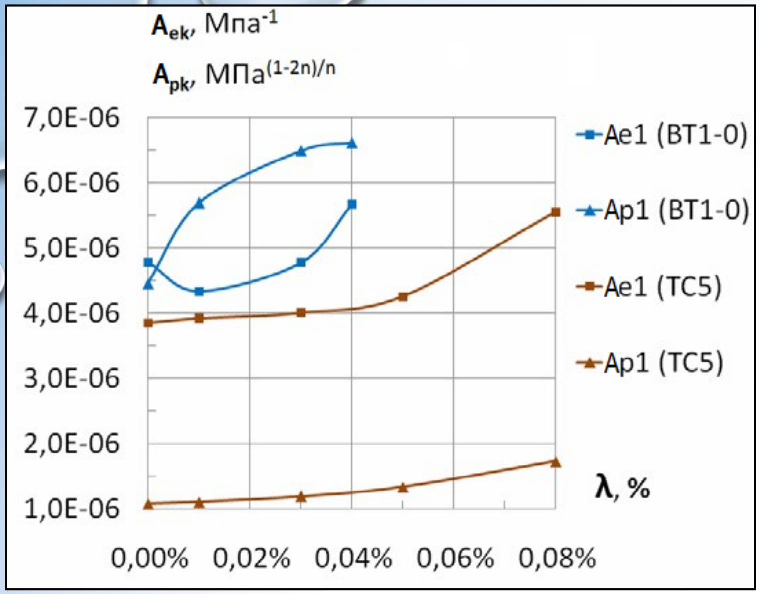
для сплава ТС5:

$$\boxed{V_{ek}(\lambda) = e_{0k} + e_{1k} \cdot \lambda + e_{2k} \cdot \lambda^2 + e_{3k} \cdot \lambda^3; \quad V_{pk}(\lambda) = p_{0k} + p_{1k} \cdot p_{2k} \cdot \lambda^2 + p_{3k} \cdot \lambda^3;}$$

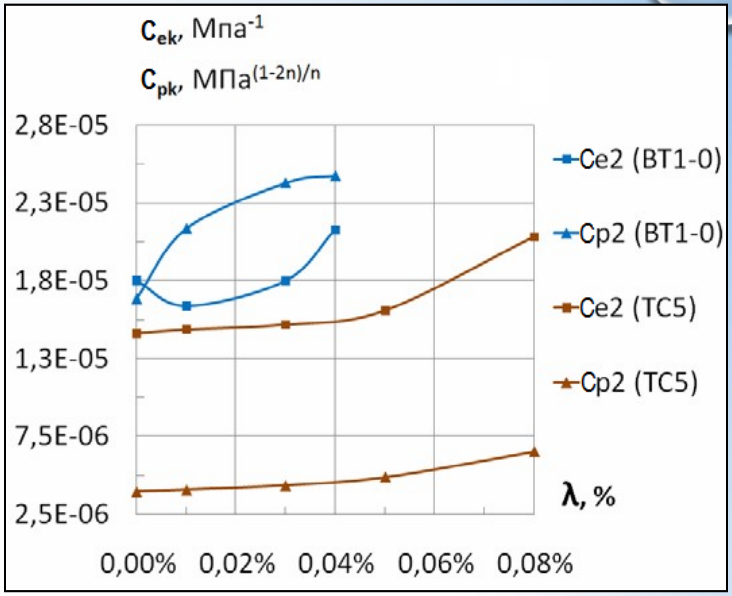
где $A_e(\lambda) = V_{e1}(\lambda);\ B_e(\lambda) = V_{e3}(\lambda);\ C_e(\lambda) = V_{e2}(\lambda);\ D_e(\lambda) = V_{e4}(\lambda);\ E_e(\lambda) = V_{e5}(\lambda);$

$A_p(\lambda) = V_{p1}(\lambda);\ B_p(\lambda) = V_{p3}(\lambda);\ C_p(\lambda) = V_{p2}(\lambda);\ D_p(\lambda) = V_{p4}(\lambda);\ E_p(\lambda) = V_{p5}(\lambda),$

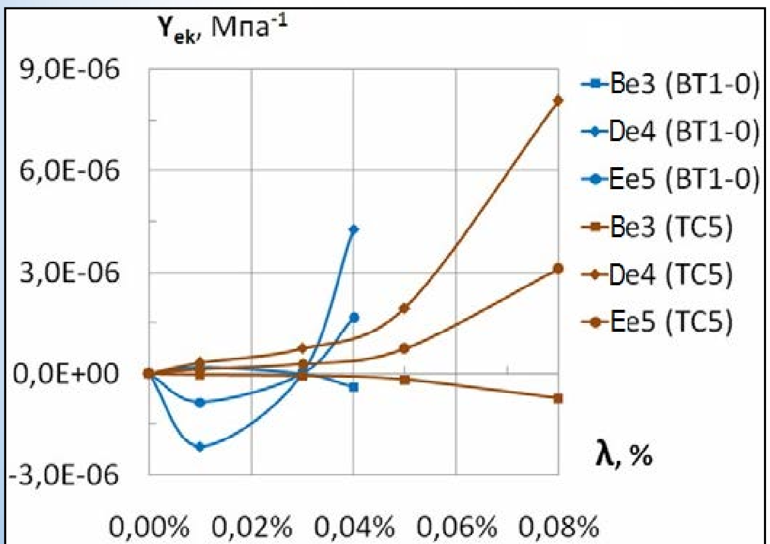
здесь e_{ik}, p_{ik} **– коэффициенты полиномов**



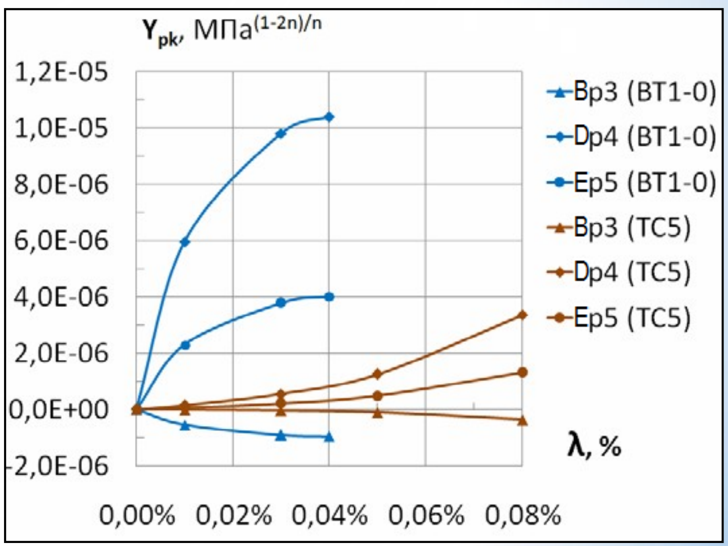
а) зависимости $A_e(\lambda)$ и $A_p(\lambda)$ для сплавов ВТ1-0 и ТС5



б) зависимости $C_e(\lambda)$ и $C_p(\lambda)$ для сплавов ВТ1-0 и ТС5



в) зависимости $B_e(\lambda)$, $D_e(\lambda)$ и $E_e(\lambda)$ для сплавов ВТ1-0 и ТС5, Y_{ek} – значение функции



г) зависимости $B_p(\lambda)$, $D_p(\lambda)$ и $E_p(\lambda)$ для сплавов ВТ1-0 и ТС5, Y_{pk} – значение функции

Рис. 3. – Функциональные зависимости механических характеристик материала

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАВОДОРОЖИВАНИЯ

Уравнение диффузии запишем в виде:

$$J = -D\,\mathrm{grad}\,\lambda = -D\frac{\partial\lambda}{\partial z} \qquad (7)$$

J – плотность потока диффундирующего вещества

D – к-т диффузии для титановых сплавов.

Второй закон Фика:

$$(\partial\lambda)_{,t} = D(\partial\lambda)_{,zz} \qquad (8)$$

Для сплава ВТ1-0:

$$D = 5{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{см}^2/\text{с}$$

Для сплава ТС5:

$$D = 1{,}94\cdot 10^{-5}\ \text{см}^2/\text{с}$$

Решение уравнения диффузии:

$$\lambda(z,t) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)z/h + (2/\pi)\sum_{i=1}^{\infty}\sin(i\cdot\pi\cdot z/h)\exp(-F_o\pi^2 i^2)\times$$
$$\times[\lambda_2\cos(i\cdot\pi) - \lambda_1]/i \qquad (9)$$

Краевые условия для воздействия среды со стороны, свободной от силового загружения, представлены следующим образом:

$$\lambda(z,0) = 0 \qquad (10)$$

$$\lambda(-h/2,t) = 0 = \lambda_1 \qquad \lambda(+h/2,t) = \lambda_\infty = \lambda_2$$

$F_O = Dt/h^2$ – число Фурье,

λ_1, λ_2 – краевые условия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАВОДОРОЖИВАНИЯ

а) б)

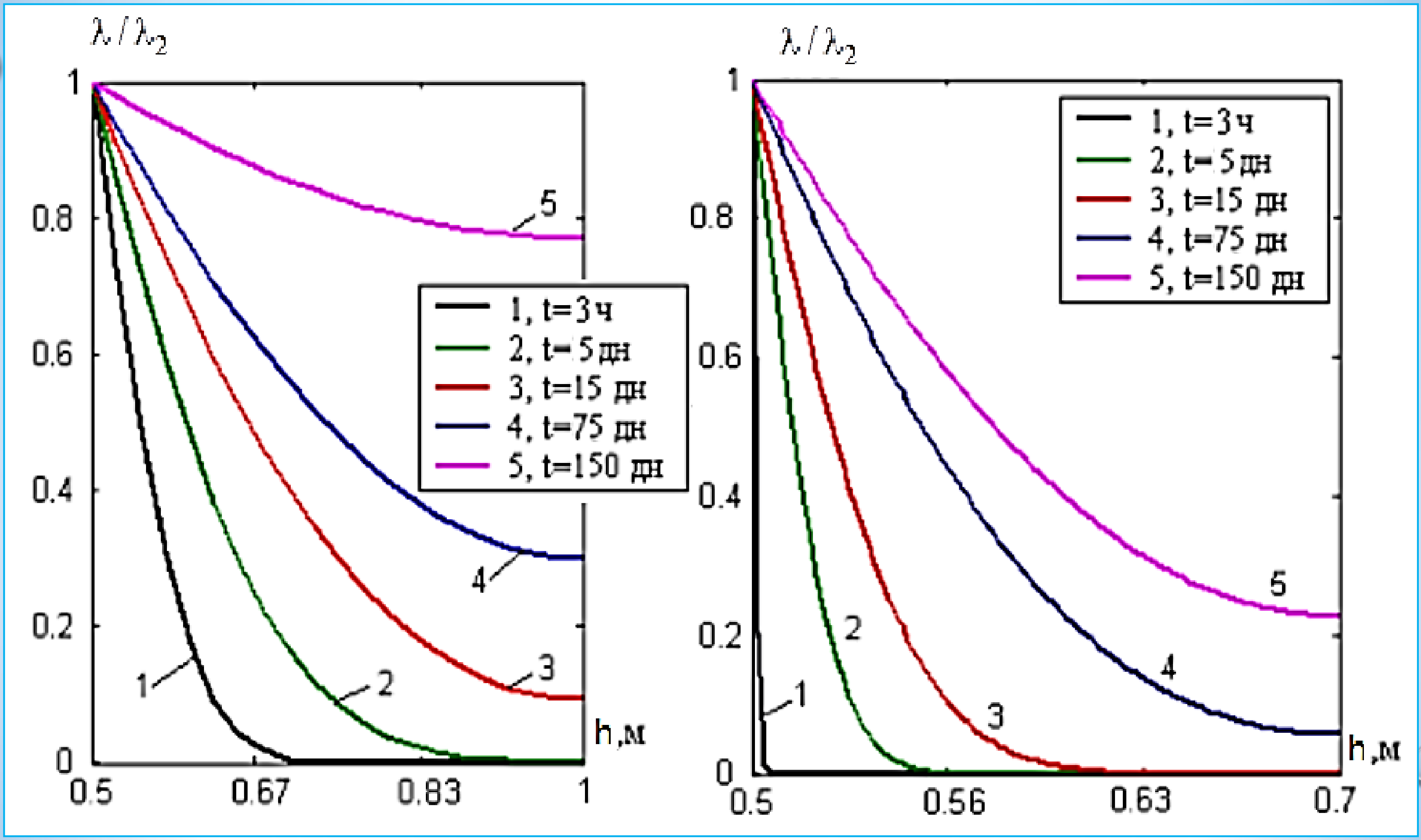
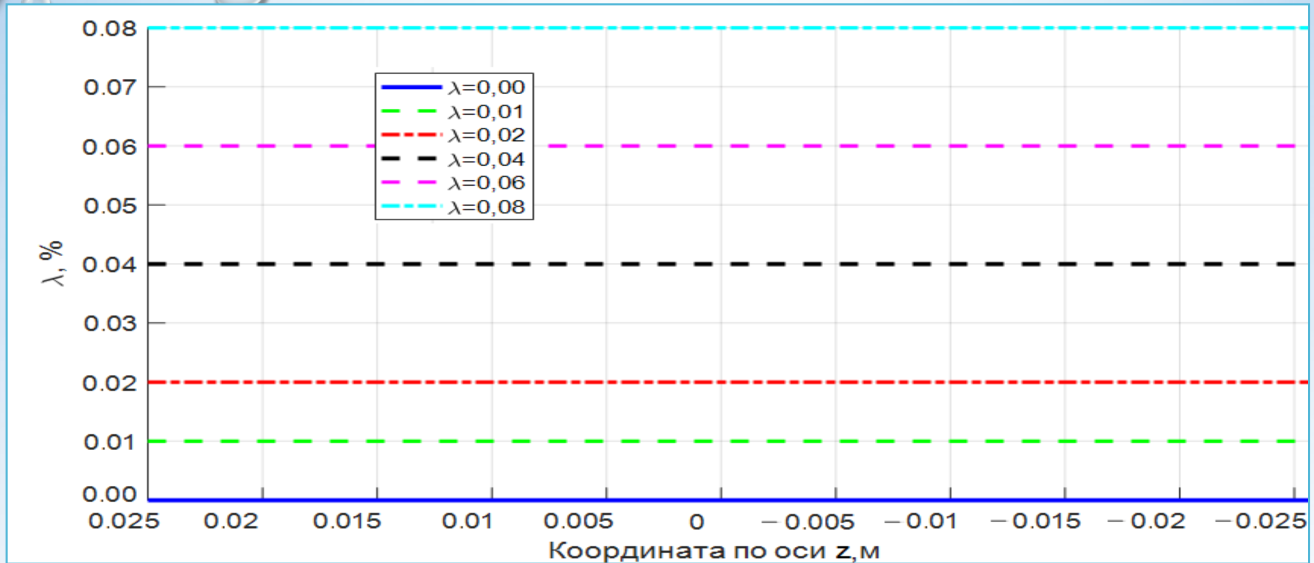


Рис.4. – Изменение уровня водородонасыщения в разные моменты времени при воздействии среды изнутри:
а) для сферической оболочки толщиной h = 0,5 м из сплава ВТ1-0;
б) для цилиндрической оболочки толщиной h = 0,2 м из сплава ТС5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАВОДОРОЖИВАНИЯ

а)



б)

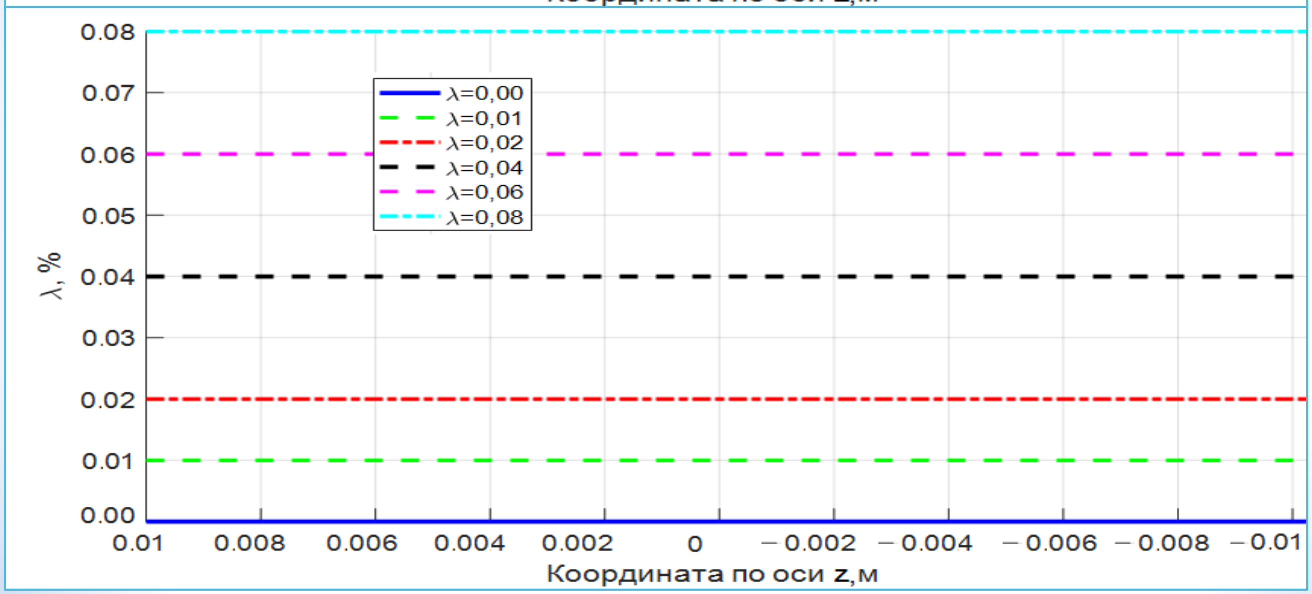


Рис.5. – Равновесная концентрация среды по всей толщине:
а) для сферической оболочки толщиной h = 0,5 м из сплава ВТ1-0;
б) для цилиндрической оболочки толщиной h = 0,2 м из сплава ТС5

УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПРОЧНОСТИ

$$F(\sigma_{ij},\lambda) = \tau \cdot f(\xi,\lambda) = k_\tau(\lambda) \quad (11)$$

$$\tau = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/3} \qquad S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma \qquad \sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3 \qquad \eta = \sin\psi = \tau/S_0$$

$$\xi = \cos\psi = \sigma/S_0 \qquad S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \qquad f(\xi,\lambda) \qquad k_\tau(\lambda) = \sqrt{2/3}\tau_s(\lambda)$$

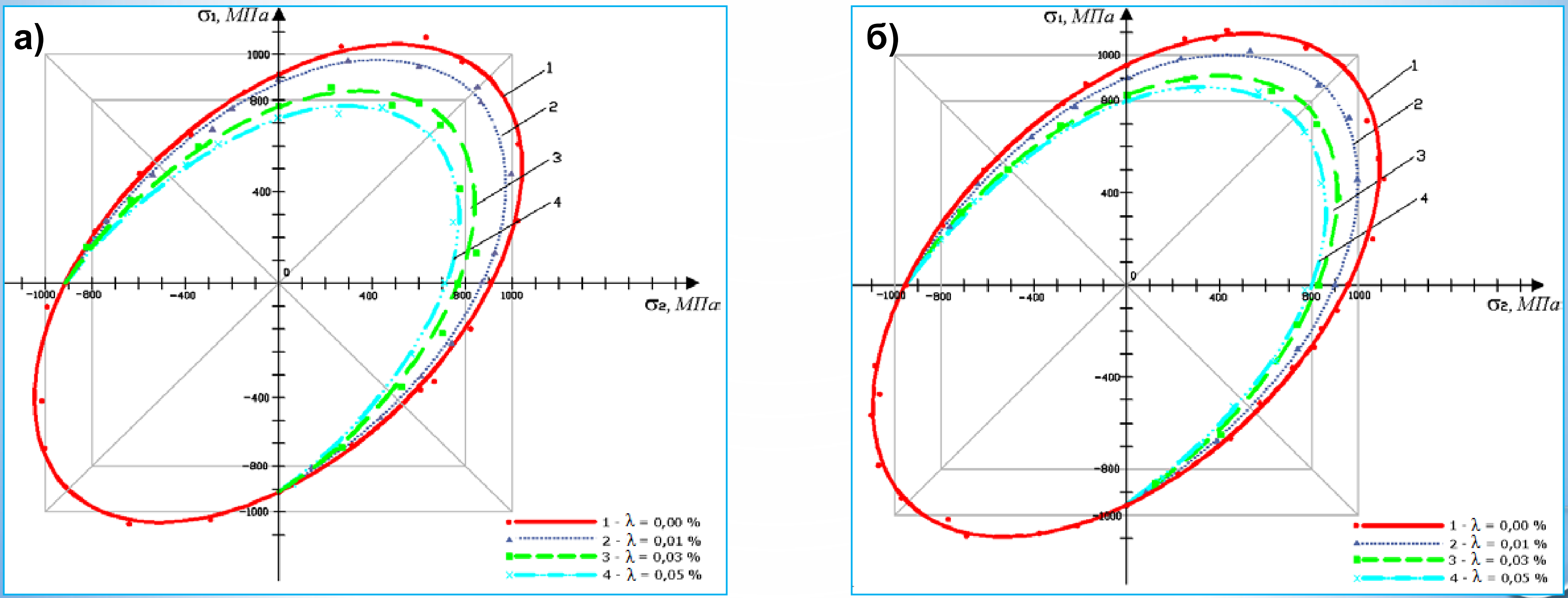


Рис. 6. – Диаграмма пластичности при плоском напряженном состоянии и различных уровнях наводороживания: а) сплава ТС5; б) для сплава ВТ1-0.

УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПРОЧНОСТИ

а)

б)

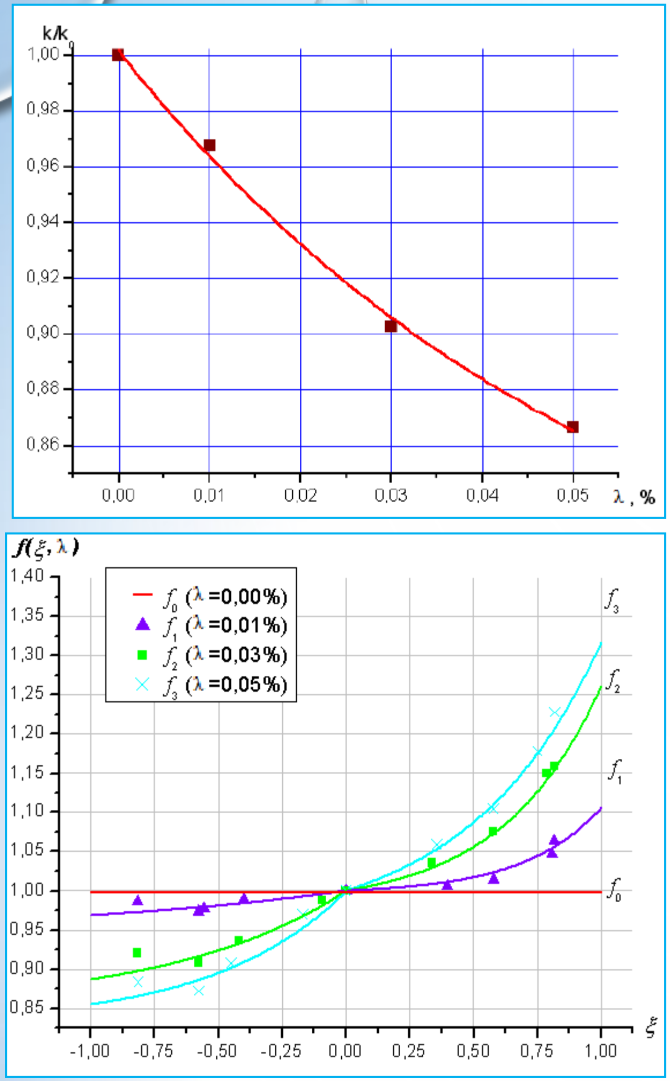


Рис. 7. – а) зависимость $k_\tau(\lambda)$ от концентрации водорода
б) зависимость функции вида напряженного
состояния для сплава ТС5

а)

б)

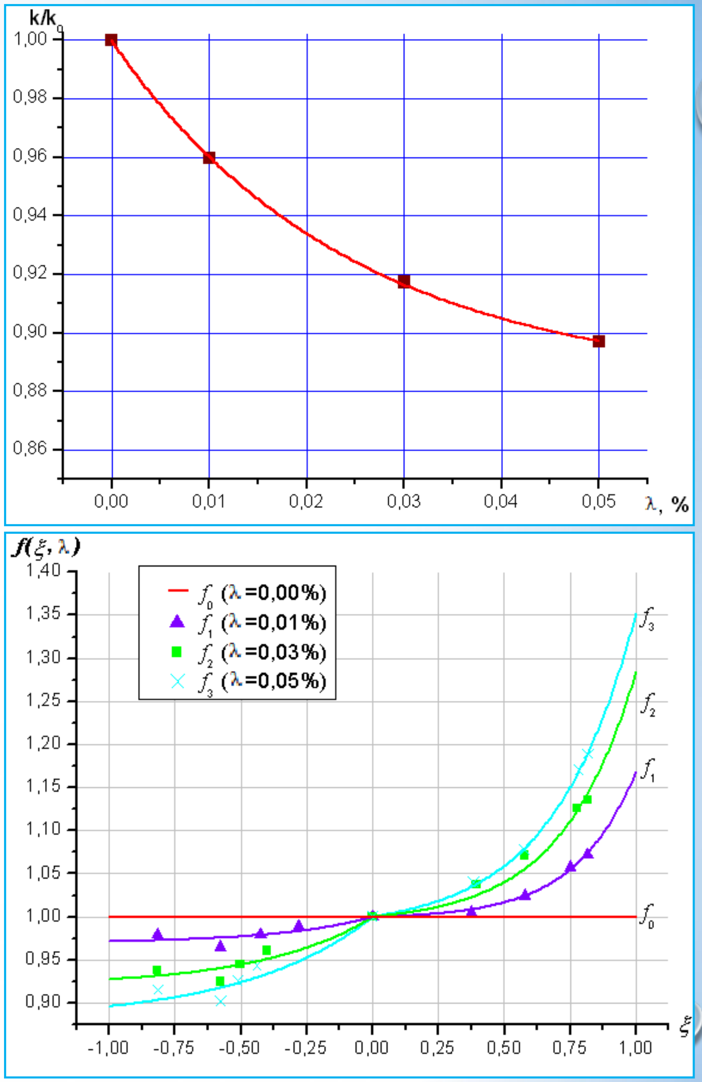


Рис. 8. – а) зависимость $k_\tau(\lambda)$ от концентрации водород
б) зависимость функции вида напряженного
состояния для сплава ВТ1-0

$$k_\tau(\lambda) = k_0(B_1 + B_2 e^{-C/B_0})$$

$$f(\xi,\lambda) = a_1(\lambda) + a_2(\lambda)\cdot e^{a_3(\lambda)\xi}$$

$$f(\xi,\lambda) = b_1(\lambda) + b_2(\lambda)\cdot e^{b_3(\lambda)\xi}$$

РАЗДЕЛ III

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ

Применим методику расчета МКР нелинейно-упругой пологой сферической оболочки круглой в плане. Для ее расчета необходимо:

1. Провести анализ экспериментов на одноосное растяжение (сжатие) образцов из данного материала, на основе которых построена опытная кривая «напряжение-деформация»

2. Выбрать аналитическую модель описания зависимости «напряжение-деформация» и определить величины аналитических коэффициентов.

3. Провести расчет конкретной оболочки с помощью МКР.

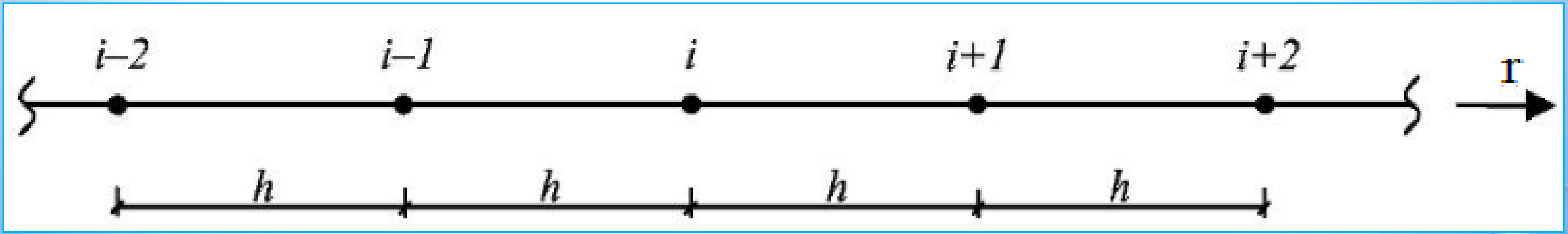


Рис. 9. – Сетка МКР для пологой сферической оболочки

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБОЛОЧЕК В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВОДОРОДА

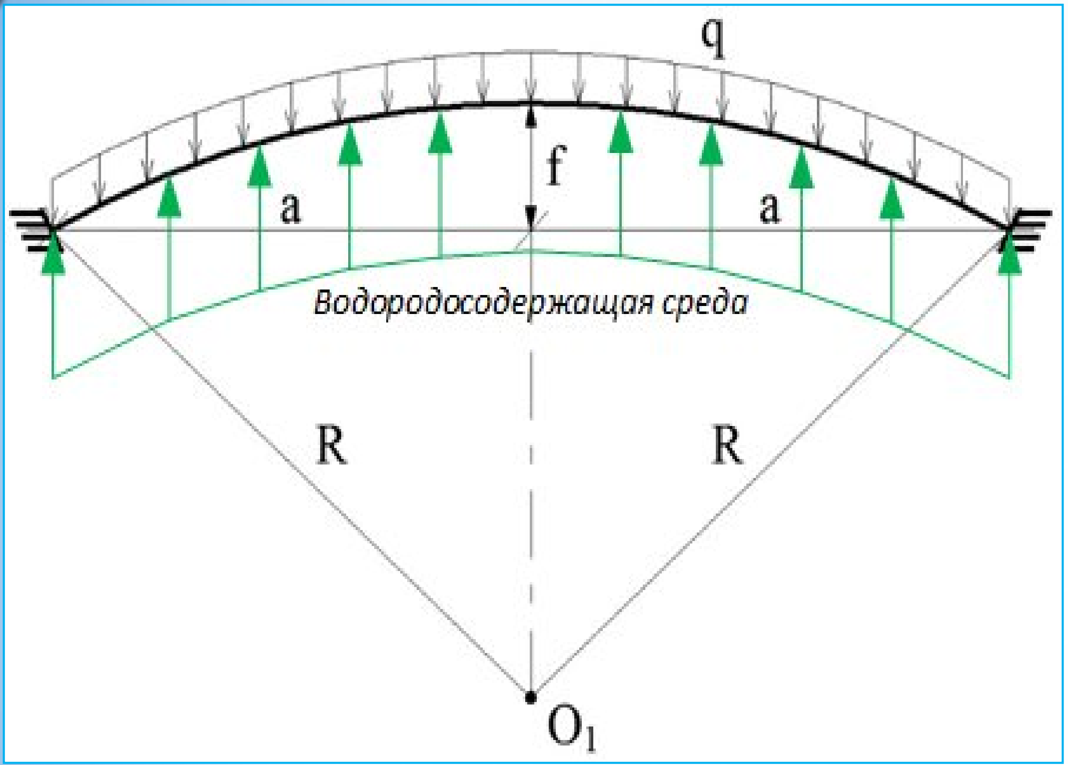


Рис. 10. – Схема сферической оболочки

$R = 3$ м, – радиус кривизны оболочки

$f = 0{,}3$ м, – стрела подъема

$a = 1{,}5$ м, – радиус контура в плане

$h = 0{,}05$ м. – толщина оболочки

$R_1 = R_2 = R,$ $k_1 = k_2 = k = 1/R$

$q_1 = 1$ МПа, $q_2 = 2$ МПа, $q_3 = 3$ МПа, $q_4 = 4$ МПа, $q_5 = 5$ МПа

$\lambda = f(z,\ t)$

$\lambda_1 = 0{,}00\%$, $\lambda_2 = 0{,}01\%$, $\lambda_3 = 0{,}02\%$, $\lambda_4 = 0{,}04\%$, $\lambda_5 = 0{,}06\%$, $\lambda_6 = 0{,}08\%$

<u>Гипотезы Кирхгофа-Лява:</u>

1. Нормаль к срединной плоскости после деформации остается перпендикулярной к деформированной срединной поверхности;
2. При определении параметров напряженного состояния влиянием нормальных напряжений σ_z можно пренебречь.

ОСНОВНЫЕ ГИПОТЕЗЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Геометрические зависимости:

$$\varepsilon_r = u,_r - kw + 0{,}5(w,_r)^2; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} - kw;$$

– компоненты деформации в срединной поверхности

$$\chi_r = -w,_{rr}; \quad \chi_\theta = -\frac{w,_r}{r};$$

– компоненты изгибной деформации (12)

$$e_r = \varepsilon_r + z\chi_r; \quad e_\theta = \varepsilon_\theta + z\chi_\theta$$

– компоненты деформации точки, отстоящей на расстоянии z от срединной поверхности

Зависимость деформаций от напряжений:

$$\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \end{Bmatrix} = [A]\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix}; \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Зависимость напряжений от деформаций:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = [B]\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \end{Bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11}(\lambda) & B_{12}(\lambda) \\ B_{21}(\lambda) & B_{22}(\lambda) \end{bmatrix}, \tag{14}$$

ВЫВОД СИСТЕМЫ РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Учитывая осевую симметрию поставленной задачи, уравнения равновесия оболочки запишем в следующем виде:

$$M_{r},_{rr} - M_{\theta},_{r}/r + 2M_{r},_{r}/r + k(N_r + N_\theta) + N_r w,_{rr} = -q;$$

$$N_{r,r} + (N_r - N_\theta)/r - k[M_{r},_{r} + (M_r - M_\theta)/r] = 0. \qquad (15)$$

Усилия и моменты:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz; \quad M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz. \qquad (16)$$

Моменты и усилия через компоненты деформаций срединной поверхности:

$$N_r = K_{11}(\lambda)\varepsilon_r + K_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + P_{11}(\lambda)\chi_r + P_{12}(\lambda)\chi_\theta$$

$$N_\theta = K_{12}(\lambda)\varepsilon_r + K_{22}(\lambda)\varepsilon_\theta + P_{21}(\lambda)\chi_r + P_{22}(\lambda)\chi_\theta;$$

$$M_r = P_{11}(\lambda)\varepsilon_r + P_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + D_{11}(\lambda)\chi_r + D_{12}(\lambda)\chi_\theta; \qquad (17)$$

$$M_\theta = P_{12}(\lambda)\varepsilon_r + P_{22}(\lambda)\varepsilon_\theta + D_{21}(\lambda)\chi_r + D_{22}(\lambda)\chi_\theta$$

$$K_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda)dz$$

$$P_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda)zdz$$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda)z^2dz$$

СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

$$2r^2D_{12}(\lambda)_{,rr}w_{,r}+2r^2D_{12}(\lambda)_{,r}w_{,rr}-2r^2P_{12}(\lambda)_{,rr}u-2r^2P_{12}(\lambda)_{,r}u_{,r}+2rP_{22}(\lambda)_{,r}u+2rP_{22}(\lambda)u_{,r}-2P_{22}(\lambda)u-$$
$$-2rD_{22}(\lambda)_{,r}w_{,r}-2rD_{22}(\lambda)w_{,rr}+2D_{22}(\lambda)w_{,r}-4r^2P_{11}(\lambda)_{,r}u_{,r}-4r^2P_{11}(\lambda)u_{,rr}+4r^2D_{11}(\lambda)_{,r}w_{,rr}+$$
$$+4r^2D_{11}(\lambda)w_{,rrr}-2r^3P_{11}(\lambda)_{,rr}u_{,r}-4r^3P_{11}(\lambda)_{,r}u_{,rr}-2r^3P_{11}(\lambda)u_{,rrr}+2r^3P_{11}(\lambda)\left(w_{,rr}\right)^2+2r^3D_{11}(\lambda)_{,rr}w_{,rr}+$$
$$+4r^3D_{11}(\lambda)_{,r}w_{,rrr}+2r^3D_{11}(\lambda)w_{,rrrr}-2r^3kK_{11}(\lambda)(w_{,r})^2-2r^3P_{11}(\lambda)u_{,rrr}+2r^3P_{11}(\lambda)\left(w_{,rr}\right)^2+2r^3D_{11}(\lambda)_{,rr}w_{,rr}+$$
$$-2r^3kK_{12}(\lambda)w_{,r}+2r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)kw-2r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)w_{,r}+2r^3w_{,rr}K_{12}(\lambda)kw+$$
$$+2r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)kw+2r^3w_{,rr}K_{12}(\lambda)kw-2r^3kK_{12}(\lambda)u_{,r}+2r^3K_{22}(\lambda)k^2w-2r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)u_{,r}-2r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)u_{,r}-$$
$$-r^3w_{,rr}K_{11}(\lambda)w_{,r}{}^2-4r^2P_{11}(\lambda)w_{,r}w_{,rr}-2r^2kK_{12}(\lambda)u-2r^2kK_{22}(\lambda)u-2r^2w_{,r}K_{12}(\lambda)u+ \quad \textbf{(18)}$$
$$+2r^2w_{,rr}P_{12}(\lambda)w_{,r}-2r^2w_{,rr}K_{12}(\lambda)u+2r^2P_{12}(\lambda)_{,r}kw+2r^2P_{12}(\lambda)_{,r}(w_{,r})^2+4r^2P_{12}(\lambda)kw_{,r}+$$
$$+2r^2P_{12}(\lambda)w_{,rr}w_{,r}+4r^2P_{12}(\lambda)w_{,r}w_{,rr}-2r^2P_{22}(\lambda)_{,r}kw+4r^2P_{11}(\lambda)_{,r}kw-4r^2P_{11}(\lambda)_{,r}(w_{,r})^2+$$
$$+4r^2P_{11}(\lambda)kw_{,r}-4r^2P_{11}(\lambda)w_{,rr}w_{,r}+2r^3P_{11}(\lambda)_{,rr}kw-4r^3P_{11}(\lambda)_{,r}w_{,rr}w_{,r}-2r^3P_{11}(\lambda)_{,rr}(w_{,r})^2+$$
$$+4r^3P_{11}(\lambda)_{,r}kw_{,r}-4r^3P_{11}(\lambda)_{,r}w_{,r}w_{,rr}+4r^3P_{11}(\lambda)kw_{,rr}-2r^3P_{11}(\lambda)w_{,rrr}w_{,r}-2r^3(P_{11}(\lambda)w_{,rr})^2-$$
$$-2r^3P_{11}(\lambda)w_{,r}w_{,rrr}+2r^3P_{12}(\lambda)_{,rr}kw+4r^3P_{12}(\lambda)_{,r}kw_{,r}+4r^3P_{12}(\lambda)kw_{,rr}-2r^3kK_{11}(\lambda)u_{,r}+$$
$$+2r^3K_{11}(\lambda)k^2w+4r^3K_{12}(\lambda)k^2w=2r^3q$$

СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

$$
\begin{gathered}
r^2\left(kD_{11}(\lambda)-P_{11}(\lambda)\right)w_{,rrr}-(rP_{11}(\lambda)_{,r}-krD_{11}(\lambda)_{,r}+r\left(kP_{11}(\lambda)-K_{11}(\lambda)\right)w_{,r}- \\
-kD_{11}(\lambda)+P_{11}(\lambda))rw_{,rr}-r^2\left(kP_{11}(\lambda)-K_{11}(\lambda)\right)u_{,rr}- \\
-\delta w_{,r}\, r^2\left(kP_{11}(\lambda)-K_{11}(\lambda)\right)w_{,rr}+[(kr^2P_{11}(\lambda)_{,r}-r^2)\cdot\left(kw-(w_{,r})^2-\delta u_{,r}\right)]K_{11}(\lambda)_{,r}+ \\
+r\left(-w_{,r}+k\left(krw-u\right)\right)P_{12}(\lambda)_{,r}+\left(-kr^2w+ru\right)K_{12}(\lambda)_{,r}+w_{,r}\,D_{12}(\lambda)_{,r}\,kr- \\
-r\left(kP_{11}(\lambda)-kP_{12}(\lambda)-K_{11}(\lambda)+K_{12}(\lambda)\right)w_{,r}+k^2P_{11}(\lambda)r^2+ \\
+k^2P_{12}(\lambda)r^2-kr^2K_{11}(\lambda)-kr^2K_{12}(\lambda)-kD_{22}(\lambda)+P_{22}(\lambda)w_{,r}- \\
-r\left(kP_{11}(\lambda)-K_{11}(\lambda)\right)u_{,r}+wP_{11}(\lambda)k^2r-wK_{11}(\lambda)kr-\left(krw-u\right)\left(kP_{22}(\lambda)-K_{22}(\lambda)\right)=0
\end{gathered}
\qquad \textbf{(18)}
$$

Граничные условия:

$$\boxed{w=0,} \qquad \boxed{w_{,r}=0,} \qquad \boxed{u=0}$$

$$\boxed{\overline{\delta F_k}=\alpha\overline{\delta F_k^{(1)}}+(1-\alpha)\overline{\delta F_k^{(2)}}} \qquad \textbf{(19)}$$

$\boxed{\overline{\delta F_k}}$ **– приращение искомых углов поворота и перемещений**

$\boxed{\overline{\delta F_k^{(1)}} \text{ и } \overline{\delta F_k^{(2)}}}$ **– величины на 1-м и 2-м шагах «вилки» двухшагового метода**

$\boxed{0\le\alpha\le1}$ **– численный параметр, определяющий положение уточненного решения внутри «вилки»**

СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ФОРМЕ

$$\begin{gathered}
2r^2D_{12},_{rr}\delta w,_r+2r^2D_{12},_r\delta w,_{rr}-2r^2P_{12},_{rr}\delta u-2r^2P_{12},_r\delta u,_r+2rP_{22},_r\delta u+2rP_{22}\delta u,_r-2P_{22}\delta u-\\
-2rD_{22},_r\delta w,_r-2rD_{22}\delta w,_{rr}+2D_{22}\delta w,_r-4r^2P_{11},_r\delta u,_r-4r^2P_{11}\delta u,_{rr}+4r^2D_{11},_r\delta w,_{rr}+\\
+4r^2D_{11}\delta w,_{rrr}-2r^3P_{11},_{rr}\delta u,_r-4r^3P_{11},_r\delta u,_{rr}-2r^3P_{11}\delta u,_{rrr}+2r^3P_{11}(\delta w,_{rr})^2+2r^3D_{11},_{rr}\delta w,_{rr}+\\
+4r^3D_{11},_r\delta w,_{rrr}+2r^3D_{11}\delta w,_{rrrr}-2r^3kK_{11}w,_r\delta w,_r-2r^3P_{11}\delta u,_{rrr}+2r^3P_{11}(\delta w,_{rr})^2+2r^3D_{11},_{rr}\delta w,_{rr}-\\
-2r^3kK_{12}w,_r\delta w,_r+2r^3\delta w,_{rr}K_{11}k\delta w-2r^3\delta w,_{rr}K_{11}w,_r\delta w,_r+2r^3\delta w,_{rr}K_{12}k\delta w+\\
+2r^3\delta w,_{rr}K_{11}kw+2r^3\delta w,_{rr}K_{12}kw-2r^3kK_{12}\delta u,_r+\\
+2r^3K_{22}k^2\delta w-2r^3\delta w,_{rr}K_{11}\delta u,_r-2r^3\delta w,_{rr}K_{11}u,_r-\\
-r^3\delta w,_{rr}K_{11}w,_r{}^2-4r^2P_{11}w,_r\delta w,_{rr}-2r^2kK_{12}\delta u-2r^2kK_{22}\delta u-2r^2\delta w,_{rr}K_{12}\delta u+\\
+2r^2\delta w,_{rr}P_{12}\delta w,_r-2r^2\delta w,_{rr}K_{12}u+2r^2P_{12},_rk\delta w+2r^2P_{12},_rw,_r\delta w,_r+4r^2P_{12}k\delta w,_r+\\
+2r^2P_{12}w,_{rr}\delta w,_r+4r^2P_{12}w,_r\delta w,_{rr}-2r^2P_{22},_rk\delta w+4r^2P_{11},_rk\delta w-4r^2P_{11},_rw,_r\delta w,_r+\\
+4r^2P_{11}k\delta w,_r-4r^2P_{11}w,_{rr}\delta w,_r+2r^3P_{11},_{rr}k\delta w-4r^3P_{11},_rw,_{rr}\delta w,_r-2r^3P_{11,rr}w,_r\delta w,_r+\\
+4r^3P_{11},_rk\delta w,_r-4r^3P_{11},_rw,_r\delta w,_{rr}+4r^3P_{11}k\delta w,_{rr}-2r^3P_{11}w,_{rrr}\delta w,_r-2r^3P_{11}w,_{rr}\delta w,_{rr}-\\
-2r^3P_{11}w,_r\delta w,_{rrr}+2r^3P_{12},_{rr}k\delta w+4r^3P_{12},_rk\delta w,_r+4r^3P_{12}k\delta w,_{rr}-2r^3kK_{11}\delta u,_r+\\
+2r^3K_{11}k^2\delta w+4r^3K_{12}k^2\delta w=2r^3\delta q
\end{gathered}\qquad(20)$$

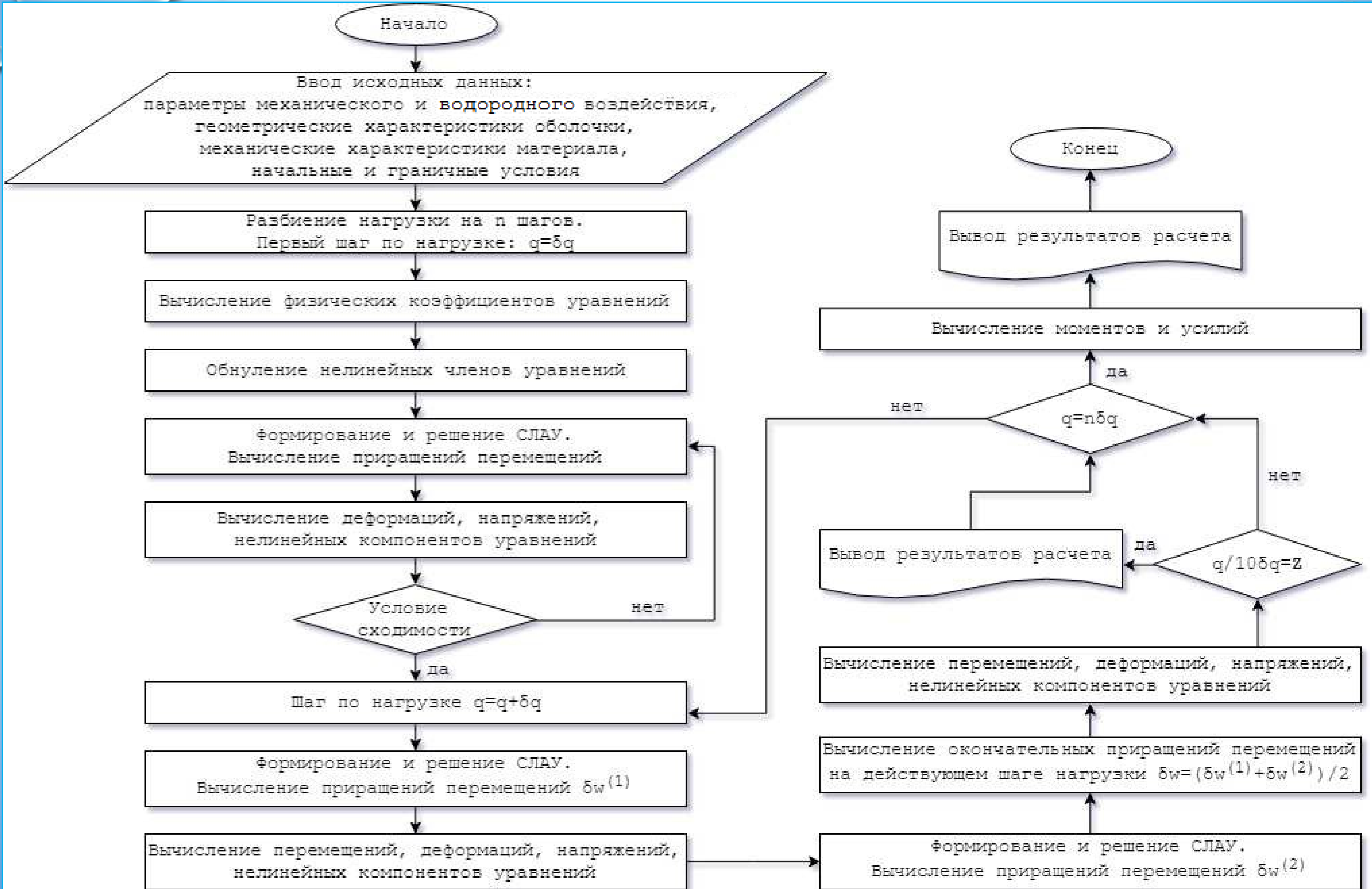
СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ФОРМЕ

$$
\begin{aligned}
& r^2(kD_{11}-P_{11})\delta w_{,rrr}-(rP_{11,r}-krD_{11,r}+r(kP_{11}-K_{11})w_{,r}-kD_{11}+P_{11})r\delta w_{,rr}-r^2(kP_{11}-K_{11})\delta u_{,rr}- \\
& -\delta w_{,r}\, r^2(kP_{11}-K_{11})w_{,rr}+kr^2(k\delta w-w_{,r}\,\delta w_{,r}-\delta u_{,r})P_{11,r}-r^2(k\delta w-w_{,r}\,\delta w_{,r}-\delta u_{,r})K_{11,r}+ \\
& \quad +r(-\delta w_{,r}+k(kr\delta w-\delta u))P_{12,r}+(-kr^2\delta w+r\delta u)K_{12,r}+\delta w_{,r}\,D_{12,r}\,kr+ \\
& +(-r(kP_{11}-kP_{12}-K_{11}+K_{12})w_{,r}+k^2P_{11}r^2+k^2P_{12}r^2-kr^2K_{11}-kr^2K_{12}-kD_{22}+P_{22})\delta w_{,r}- \\
& -r(kP_{11}-K_{11})\delta u_{,r}+\delta wP_{11}k^2r-\delta wK_{11}kr-(kr\delta w-\delta u)(kP_{22}-K_{22})=0
\end{aligned}
\qquad (20)
$$

Граничные условия в линеаризованной форме:

$\boxed{\delta w=0,}$ $\boxed{\delta w_{,r}=0,}$ $\boxed{\delta u=0}$

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



РАЗДЕЛ IV

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

$q_1 = 6$ МПа

$q_2 = 12$ МПа

$q_3 = 18$ МПа

$q_4 = 23$ МПа

$q_5 = 28$ МПа

$\lambda = f(z,\ t)$

$\lambda_1 = 0{,}00\%$

$\lambda_2 = 0{,}01\%$

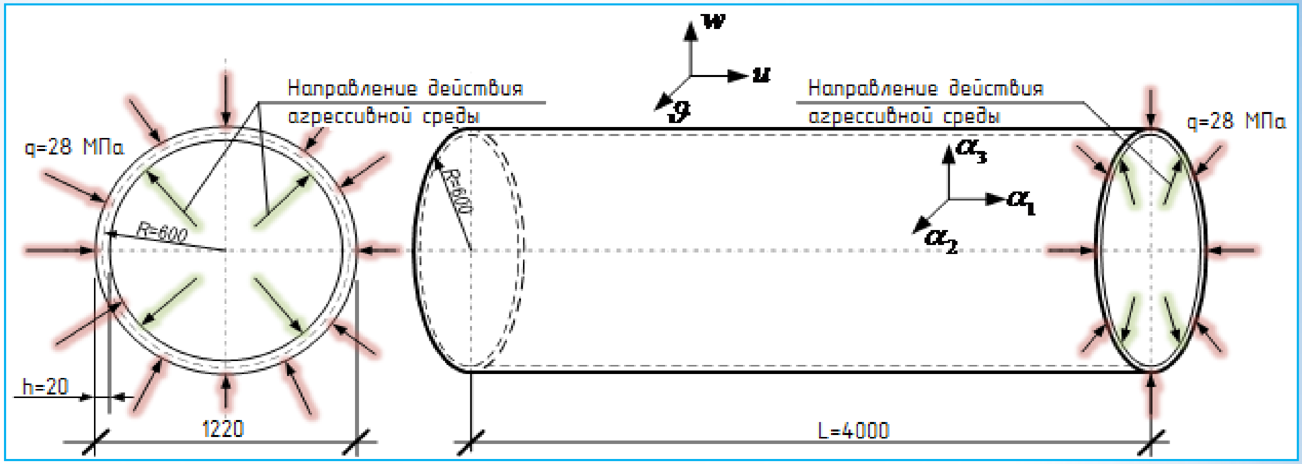
$\lambda_3 = 0{,}02\%$

$\lambda_4 = 0{,}04\%$

$\lambda_5 = 0{,}06\%$

$\lambda_6 = 0{,}08\%$

а)



б)

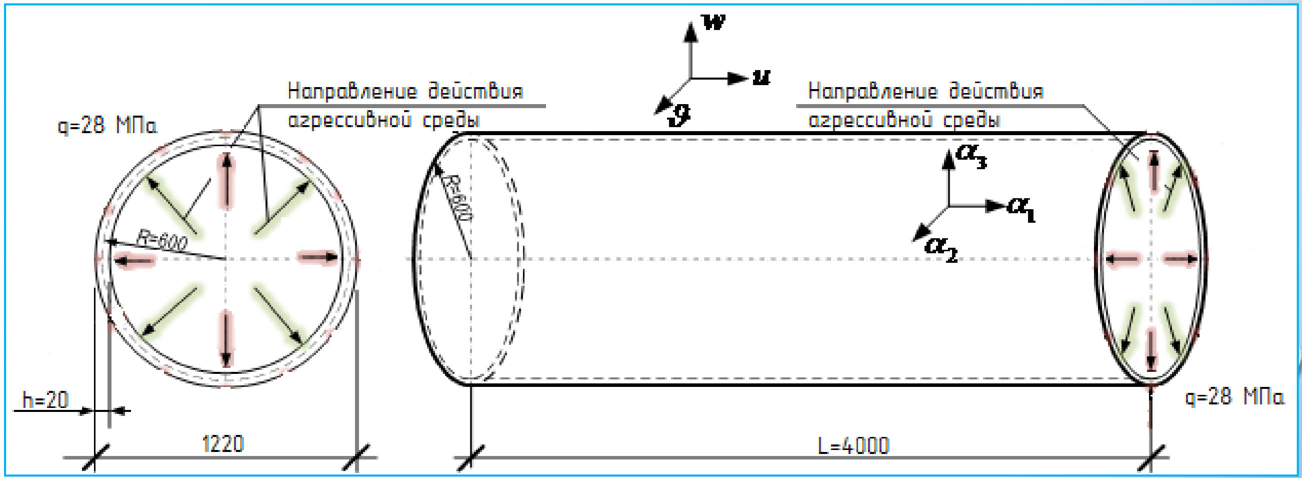


Рис. 19. – Расчетная схема цилиндрической оболочки: а) внешняя равномерно распределенная нагрузка q и водородосодержащая среда, действующая изнутри;
б) внутренняя равномерно распределенная нагрузка q и водородосодержащая среда, действующие изнутри

ОСНОВНЫЕ ГИПОТЕЗЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Геометрические зависимости:

$\boxed{\varepsilon_1 = u_{,1} + 0{,}5(w_{,11})^2}$ $\boxed{\varepsilon_\theta = kw}$ – компоненты деформации в срединной поверхности

$\boxed{\chi_1 = -w_{,11};}$ – изгибная деформация (24)

$\boxed{e_1 = \varepsilon_1 + z\chi_1;}$ $\boxed{e_\theta = \varepsilon_\theta}$ – компоненты деформации точки, отстоящей на расстоянии z от срединной поверхности

ВЫВОД СИСТЕМЫ РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

$$\boxed{N_{1,1} = 0} \qquad \boxed{Q_{1,1} - kN_\theta + q = 0} \qquad (25)$$

Моменты и усилия через компоненты деформаций срединной поверхности:

$$\boxed{N_1 = K_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + P_{11}(\lambda)\chi_1}$$

$$\boxed{N_\theta = K_{12}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{22}(\lambda)\varepsilon_\theta + P_{21}(\lambda)\chi_1} \qquad (26)$$

$$\boxed{M_1 = P_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + P_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + D_{11}(\lambda)\chi_1}$$

СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

$$K_{11}(\lambda)_{,1}(u_{,1}+0{,}5(w_{,11})^2)+K_{11}(\lambda)(u_{,11}+w_{,11})+K_{12}(\lambda)_{,1}kw+K_{12}(\lambda)kw_{,1}-$$
$$-P_{11}(\lambda)_{,1}w_{,11}-P_{11}(\lambda)w_{,111}=0 \qquad (27)$$
$$P_{11}(\lambda)_{,11}(u_{,1}+0{,}5(w_{,11})^2)+P_{11}(\lambda)_{,1}(u_{,11}+w_{,11})+P_{11}(\lambda)_{,1}(u_{,11}+w_{,11})+$$
$$+P_{11}(\lambda)(u_{,111}+w_{,111})+P_{12}(\lambda)_{,11}kw+P_{12}(\lambda)_{,1}kw_{,1}+P_{12}(\lambda)_{,1}kw_{,1}+$$
$$+P_{12}(\lambda)kw_{,11}-D_{11}(\lambda)_{,11}w_{,11}-2D_{11}(\lambda)_{,1}w_{,111}-D_{11}(\lambda)w_{,1111}-$$
$$-k[K_{12}(\lambda)(u_{,1}+0{,}5(w_{,11})^2)+K_{22}(\lambda)kw-P_{21}(\lambda)w_{,11}]+q=0$$

Граничные условия на торце цилиндра с координатой L = 0 м и L = 4 м :

$\boxed{w=0,}$ $\boxed{w_{,1}=0,}$ $\boxed{u=0}$

СИСТЕМА РАЗРЕШАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ФОРМЕ

$$K_{11}(\lambda)_{,1}(\delta u_{,1}+w_{,1}\delta w_{,1})+K_{11}(\lambda)(\delta u_{,11}+w_{,11}\delta w_{,1}+w_{,1}\delta w_{,11})+K_{12}(\lambda)_{,1}k\delta w+$$

$$+K_{12}(\lambda)k\delta w_{,1}-P_{11}(\lambda)_{,1}\delta w_{,11}-P_{11}(\lambda)\delta w_{,111}=0 \qquad \textbf{(28)}$$

$$P_{11}(\lambda)_{,11}(\delta u_{,1}+w_{,1}\delta w_{,1})+2P_{11}(\lambda)_{,1}(\delta u_{,11}+w_{,11}\delta w_{,1}+w_{,1}\delta w_{,11})+$$

$$+P_{11}(\lambda)(\delta u_{,111}+w_{,111}\delta w_{,1}+2w_{,11}\delta w_{,11}+w_{,1}\delta w_{,111})+P_{12}(\lambda)_{,11}k\delta w+2P_{12}(\lambda)_{,1}k\delta w_{,1}+$$

$$+P_{12}k\delta w_{,11}-D_{11}(\lambda)_{,11}\delta w_{,11}-2D_{11}(\lambda)_{,1}\delta w_{,111}-D_{11}(\lambda)\delta w_{,1111}-$$

$$-k_2(K_{12}(\lambda)(\delta u_{,1}+w_{,1}\delta w_{,1})+K_{22}(\lambda)k\delta w-P_{12}(\lambda)\delta w_{,11})+\delta q=0$$

Граничные условия в линеаризованной форме на торце цилиндра с координатой L = 0 м и L = 4 м :

$\boxed{\delta w=0}$ $\boxed{\delta w_{,1}=0}$ $\boxed{\delta u=0}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

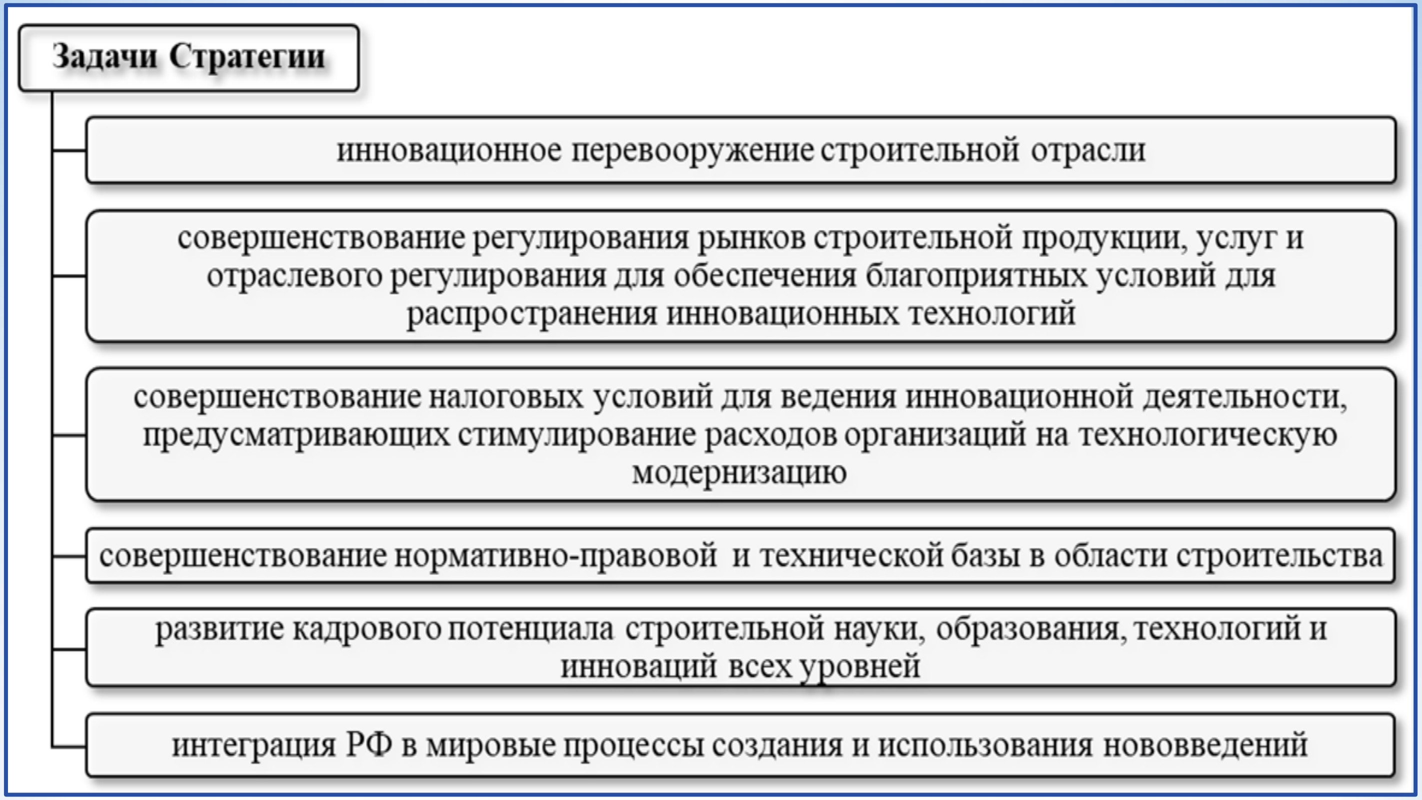


Рис. 2. Задачи Стратегии инновационного развития строительной отрасли Российской Федерации на период до 2030 г.

Развитие новаторских идей, современных технологий и продуктов в виде инновационных проектов, нацеленных на выявление и популяризацию достижений в области инноваций в строительстве, является одной из главных задач развития строительной отрасли России. Внедрение современных технологий в строительстве позволит снизить себестоимость строительства, увеличить рентабельность работ, изменить эксплуатационные характеристики зданий и сооружений и повысить их энергетическую эффективность.